„Before software can be reusable it first has to be usable.”
— Ralph Johnson

Bevezetés a programozáshoz 2., 1. zárthelyi dolgozat
2008. február 22. (péntek), 10 óra

1. feladat 20 pont

Adott az $f : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ függvény. Határozzuk meg az $[m..n] \times [j..k]$ által kihasított értelmezési tartományrész függvényértékei által meghatározott négyzetes mátrix főátlóbeli elemeinek az összegét (tehát a mátrix nyomát). Formálisan: az $f(m, j) + f(m+1, j+1) + \ldots + f(n, k)$ összegre vagyunk kíváncsiak. Adjunk specifikációt, megoldóprogramot! Bizonyítsuk be, hogy a megoldóprogram megoldja a specifikációban kitűzött feladatot!

Megoldás:

$A = \underset{m}{\mathbb{Z}} \times \underset{n}{\mathbb{Z}} \times \underset{j}{\mathbb{Z}} \times \underset{k}{\mathbb{Z}} \times \underset{r}{\mathbb{Z}}$ 1 pont

$B = \underset{m'}{\mathbb{Z}} \times \underset{n'}{\mathbb{Z}} \times \underset{j'}{\mathbb{Z}} \times \underset{k'}{\mathbb{Z}}$ 1 pont

$Q = (m = m' \wedge n = n' \wedge j = j' \wedge k = k' \wedge m \leq n+1 \wedge n - m = k - j)$ 2 pont

$R = (Q \wedge r = \sum_{i=0}^{n-m} f(m+i, j+i))$ 3 pont

$P = (Q \wedge z \in [-1..n-m] \wedge r = \sum_{i=0}^{z} f(m+i, j+i))$ 3 pont

1. $\boxed{Q \Rightarrow P}$ 1 pont

$Q' := (Q \wedge z = -1 \wedge r = 0) \Rightarrow P$
$Q \Rightarrow \mathrm{lf}(z, r := -1, 0, Q')$

2. $\boxed{P \wedge \neg\pi \Rightarrow R}$ 1 pont

$\neg\pi := (z = n - m)$

3. $\boxed{P \wedge \pi \Rightarrow t > 0}$ 1 pont

$t := n - m - z$

4./5. $\boxed{P \wedge \pi \wedge t = t_0 \Rightarrow \mathrm{lf}(S_0, P \wedge t < t_0)}$ 4 pont

$(P \wedge \pi \wedge t = t_0) =$
$= (Q \wedge z \in [-1..n-m-1] \wedge r = \sum_{i=0}^{z} f(m+i, j+i) \wedge n - m - z = t_0) \overset{?}{\Rightarrow}$
$\overset{?}{\Rightarrow} \mathrm{lf}(z, r := z+1, r + f(m+z+1, j+z+1), Q \wedge z \in [-1..n-m] \wedge r = \sum_{i=0}^{z} f(m+i, j+i) \wedge n - m - z < t_0) =$
$= (Q \wedge z+1 \in [-1..n-m] \wedge r + f(m+z+1, j+z+1) = \sum_{i=0}^{z+1} f(m+i, j+i) \wedge n - m - z - 1 < t_0) \surd$

Tehát a megoldóprogram:

$z, r := -1, 0$	
$z \neq n - m$	
	$z, r := z+1, r + f(m+z+1, j+z+1)$

3 pont

2. feladat 10 pont

A gyakorlaton levezettük az alábbi struktogramot, ami tetszőleges n természetes számról (az 1 kivételével) megállapította, hogy prím-e:

Q'

$k, l := 1, igaz$
$l \wedge k \neq n-1$
$\quad k, l := k+1, (k+1) \nmid n$

R'

Írjuk fel az állapotteret és paraméterteret, a Q', R' feltételeket, majd specifikáljuk azt a feladatot, ami már az 1-re is helyesen működik és adjuk is meg a megoldóprogramot hozzá a meglévő struktogram felhasználásával! Az új program azon részének helyességét nem kell bizonyítani, amely a Q' feltételt köti össze az R' feltétellel.

Megoldás:

$A = \underset{n}{\mathbb{N}} \times \underset{l}{\mathbb{L}} \times \underset{k}{\mathbb{N}}$

$B = \underset{n'}{\mathbb{N}}$

$Q' = (n = n' \wedge n \neq 1)$

$R' = (Q \wedge l = \text{prím}(n))$ 3 pont

$Q = (n = n')$

$R = (Q \wedge l = \text{prím}(n))$

Q

<table>
<tr><td colspan="2">$n \neq 1$</td></tr>
<tr><td>Q': $k, l := 1, igaz$</td><td rowspan="3">$Q'' = (n = n' = 1)$: $l :=$ hamis</td></tr>
<tr><td>$l \wedge k \neq n-1$</td></tr>
<tr><td>$\quad k, l := k+1, (k+1) \nmid n$</td></tr>
</table>

$R' = R$ $\qquad R$ 2 pont

Ezt a programot az elágazás levezetési szabályával kell vizsgálni:

1. $\boxed{Q \Rightarrow \left(\bigvee_{i=1}^{n} \pi_i \right)}$ 1 pont

Ez nyilván teljesül, hiszen a következés jobb oldala a konstans igaz.

2. $\boxed{\forall i \in [1..n] : Q \wedge \pi_i \Rightarrow \text{lf}(S_i, R)}$

1. $Q \wedge n \neq 1 \overset{?}{\Rightarrow} \text{lf}(S_1, R)$, ahol S_1 a Q'-t R-rel összekötő program. A feladat szerint ezt nem kell bizonyítanunk, igaz. 2 pont

2. $Q'' = (Q \wedge n = 1) \overset{?}{\Rightarrow} \text{lf}(l := \text{hamis}, R) = (Q \wedge \text{hamis} = \text{prím}(n))$. Igaz, mivel $n = 1$ és az 1 nem prím. 2 pont