„Elegance is not a dispensable luxury but a quality that decides between success and failure."
— Edsger Dijkstra

Bevezetés a programozáshoz 1., 2. zárthelyi dolgozat
2007. december 5.

Az alábbi feladatok megoldása során állításaidat indokold! Az indoklások triviális tényekre, a tanult definíciókra és a kimondott tételekre hivatkozhatnak. Az előadáson vagy gyakorlaton szerepelt bármely állítás felhasználható, azonban az el nem hangzottakat szintén indokolni kell!

1. Feladat (8 pont)
$B = \{1,2,3\}, A = B \times \{1,2,3\}, F \subseteq B \times B, F = \{(1,2),(1,3)\}$. Mi az F kiterjesztettje A-re?

Megoldás: $F'_A = \{$
$((1,1),(2,1)),((1,1),(2,2)),((1,1),(2,3)),$
$((1,2),(2,1)),((1,2),(2,2)),((1,2),(2,3)),$
$((1,3),(2,1)),((1,3),(2,2)),((1,3),(2,3)),$
$((1,1),(3,1)),((1,1),(3,2)),((1,1),(3,3)),$
$((1,2),(3,1)),((1,2),(3,2)),((1,2),(3,3)),$
$((1,3),(3,1)),((1,3),(3,2)),((1,3),(3,3))\}$

2. Feladat (8 pont)
Legyen A tetszőleges állapottér. Melyek azok a feladatok az A-n, amelyeknek a megoldása az ABORT program?

Megoldás: Mivel a $p(\mathrm{ABORT}) = \emptyset$, ugyanis $\forall a \in A : \mathrm{ABORT}(a) = < a, a, \ldots >$, csak az üreshalmaz (mint feladat) jöhet szóba, mivel a feladatra teljesülnie kell a megoldás első feltételének: $\mathcal{D}_F \subseteq \mathcal{D}_{p(\mathrm{ABORT})}$.

3. Feladat
Igaz-e, hogy minden program felírható

- szekvenciaként? (4 pont)
- elágazásként? (4 pont)
- ciklusként? (4 pont)

Megoldás:

- Igaz, ui. $\forall S : S = (\mathrm{SKIP}; S)$
- Szintén igaz, ui. $\forall S : S = IF(\mathrm{igaz} : S)$
- Nem igaz, ui. legyen az $A = \{1\}$ és az $S = \{(1, < 1 >), (1, < 1, 1, 1, \ldots >)\}$! Ez a program sehogy nem áll elő ezen az állapottéren ciklusként, hiszen ha a ciklusfeltétel igaz az 1-ben, akkor az ABORT-ot, ha hamis, akkor a SKIP-et kapjuk. A két program unióját (ami a mi kitűzésünk volt) sehogy nem kapjuk meg.

4. Feladat
Legyen $DO = (\pi, S_0)$! Igaz-e, hogy

- $p(DO) \subseteq p(S_0)$? (4 pont)
- $p(S_0) \subseteq p(DO)$? (4 pont)

Megoldás:

- Nem igaz, ui. $\pi := \mathrm{hamis}, S_0 := \mathrm{ABORT}$, ekkor $p(DO) = A$, míg $p(S_0) = \emptyset$,
- Nem igaz, ui. $\pi := \mathrm{igaz}, S_0 := \mathrm{SKIP}$, ekkor $p(DO) = \emptyset$, míg $p(S_0) = A$.

5. feladat (9 pont)
$A = \{1,2,3,4\}$.

IF

$i = 1$	$i \leq 2$
$i := 2i$	SKIP

Milyen sorozatokat rendel S_1, S_2, IF az állapottér egyes pontjaihoz?

Megoldás:
$S_1(1) = \{< 1,2 >\}$
$S_1(2) = \{< 2,4 >\}$
$S_1(3) = \{< 3,3,\ldots >\}$ (mivel az értékadás abortál, ha nem értelmezhető)
$S_1(4) = \{< 4,4,\ldots >\}$ (mivel az értékadás abortál, ha nem értelmezhető)
$S_2(1) = \{< 1 >\}$
$S_2(2) = \{< 2 >\}$
$S_2(3) = \{< 3 >\}$
$S_2(4) = \{< 4 >\}$
$IF(1) = \{< 1 >, < 1,2 >\}$
$IF(2) = \{< 2,4 >\}$
$IF(3) = \{< 3,3,\ldots >\}$ (mivel az elágazás abortál, ha egyik feltétel sem igaz)
$IF(4) = \{< 3,3,\ldots >\}$ (mivel az elágazás abortál, ha egyik feltétel sem igaz)

6. Feladat (15 pont)
Adjunk típusspecifikációt, majd típust a síkvektorokhoz ($\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ rendezett párokhoz)! Két műveletet specifikáljunk: két vektor összeadását (koordinátánként), valamint annak eldöntését, hogy egy vektor egy másik vektor (egész) számszorosa-e! A típusból csak a reprezentációs függvényt és a hozzá tartozó invariánst kell megadni. Az elemi típus az egész számok halmaza.

Megoldás:
Típusspecifikáció:
$\mathcal{T}_s = (H, I_s, \mathbb{F})$, ahol $H = \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ és $I_s = \text{igaz}, \mathbb{F} = \{F_+, F_\lambda\}$. Legyen a típusunk neve mostantól $\mathbb{Z}^2$!

F_+:
$F_+ \subseteq A_+ \times A_+$.
$A_+ = \mathbb{Z}^2 \times \mathbb{Z}^2 \times \mathbb{Z}^2$
$F_+ = \{((x,y,z),(x',y',z')) \in A_+ \times A_+ \,\big|\, x = x' \wedge y = y' \wedge z' = x \oplus y\}$ ($\oplus$ a szokásos vektorösszeadást jelöli)

F_λ:
$F_\lambda \subseteq A_\lambda \times A_\lambda$.
$A_\lambda = \mathbb{Z}^2 \times \mathbb{Z}^2 \times \mathbb{L}$
$F_\lambda = \{((x,y,l),(x',y',l')) \in A_\lambda \times A_\lambda \,\big|\, x = x' \wedge y = y' \wedge l' = (\exists z \in \mathbb{Z} : x = zy)\}$

A típus megvalósítása:

$$E = \mathbb{Z}, \mathcal{T} = (\rho, I, \mathbb{S}), \rho \subseteq E^* \times \mathbb{Z}^2, \mathbb{S} = \{S_+, S_\lambda\}, \forall\alpha \in E^* : I(\alpha) = (|\alpha| = 2), \forall\alpha \in E^* \wedge I(\alpha) : \rho(\alpha) = \left\{ \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{bmatrix} \right\}.$$

Jó munkát!