„Elegance is not a dispensable luxury but a quality that decides between success and failure.”
— Edsger Dijkstra

Bevezetés a programozáshoz 1., 2. zárthelyi dolgozat megoldásai
2006. december 5.

Az alábbi feladatok megoldása során állításaidat indokold! Az indoklások triviális tényekre, a tanult definíciókra és a kimondott tételekre hivatkozhatnak. Az előadáson vagy gyakorlaton szerepelt bármely állítás felhasználható, azonban az el nem hangzottakat szintén indokolni kell!

1. Feladat

- $A = \{1,2,3\}, R = (x = 3), p(S) = \{(1,1),(1,2),(2,2),(2,3)\}$. Vizsgáljuk meg ezen a konkrét példán, hogy milyen tartalmazási kapcsolat állhat fenn $\lceil\neg \mathrm{lf}(S,R)\rceil$ és $\lceil \mathrm{lf}(S,\neg R)\rceil$ között. (5 pont)

  Megoldás:
  $\lceil \mathrm{lf}(S,R)\rceil = \emptyset \Rightarrow \lceil\neg \mathrm{lf}(S,R)\rceil = \{1,2,3\}$, $\lceil \mathrm{lf}(S,\neg R)\rceil = \{1\}$, tehát $\lceil \mathrm{lf}(S,\neg R)\rceil \subseteq \lceil\neg \mathrm{lf}(S,R)\rceil$ lehetséges.

- Bizonyítsuk be a példa alapján kijött tartalmazást! (5 pont)

  Megoldás:
  $a \in \lceil \mathrm{lf}(S,\neg R)\rceil \Rightarrow p(S)(a) \subseteq \lceil\neg R\rceil \Rightarrow p(S)(a) \not\subseteq \lceil R\rceil \Rightarrow a \notin \lceil \mathrm{lf}(S,R)\rceil \Rightarrow a \in \lceil\neg \mathrm{lf}(S,R)\rceil$

- Most vizsgáljuk meg, hogy milyen kapcsolat van $\lceil \mathrm{lf}(S,\mathrm{igaz})\rceil$ és $\lceil \mathrm{igaz}\rceil$ között! (5 pont)

  Megoldás:
  $\lceil \mathrm{lf}(S,\mathrm{igaz})\rceil = D_{p(S)}, \lceil \mathrm{igaz}\rceil = A \Rightarrow \lceil \mathrm{lf}(S,\mathrm{igaz})\rceil \subseteq \lceil \mathrm{igaz}\rceil$.

- Ez alapján rakjuk össze a kapcsolatot $\mathrm{lf}(S,\mathrm{igaz} \wedge (\neg R))$ valamint $(\mathrm{igaz} \wedge (\neg \mathrm{lf}(S,R)))$ állítások között! (5 pont)

  Megoldás:
  $\mathrm{lf}(S,\mathrm{igaz} \wedge (\neg R)) = \mathrm{lf}(S,\mathrm{igaz}) \wedge \mathrm{lf}(S,\neg R) \Rightarrow \mathrm{igaz} \wedge \neg \mathrm{lf}(S,R)$

2. Feladat
A altere B-nek. F' tetszőleges feladat B-n, F pedig A-n.

- Mutassuk meg, hogy $F = \mathrm{pr}_A(F')$, nem biztosítja, hogy F' az F feladat kiterjesztettje? (5 pont)

  Megoldás:
  Legyen $A = \{1,2\}, B = \{1,2\} \times \{a,b\}, F = \{(1,2)\}, F' = \{((1,a),(2,a))\}$. Ekkor $F = \mathrm{pr}_A(F')$, de F' mégsem F kiterjesztettje, hiszen F kiterjesztettje például tartalmazná az $((1,b),(2,a))$ rendezett párt is!

- Lássuk be, hogyha F'-t az F feladat kiterjesztéseként kaptuk, akkor $F' = \mathrm{pr}_A^{(-1)}(F)$ ill. $F' = \mathrm{pr}_A^{-1}(F)$ fennállnak! (10 pont)

  Megoldás:
  A projekció függvény és függvény esetén az őskép és az inverzkép megegyezik, így csak az egyik állítást szükséges bizonyítani. Bizonyítsuk az inverzet! Írjuk fel, hogy mit jelent F kiterjesztése:
  $F' = \{(a,b) \in B \times B | \mathrm{pr}_A((a,b)) \in F\}$,
  most írjuk fel, hogy mit jelent a tetszőleges $H \subseteq B \times B$ mellett a projekció A-ra:
  $\mathrm{pr}_A(H) = \{(a,b) \in A \times A | \exists (a',b') \in H : (a,b) = pr_A((a',b'))\}$,
  ekkor már láthatjuk $\mathrm{pr}_A^{(-1)}(F)$-et:
  $\mathrm{pr}_A^{(-1)}(F) = \{(a',b') \in B \times B | \mathrm{pr}_A((a',b')) \in F\}$. Ez viszont pont F'.

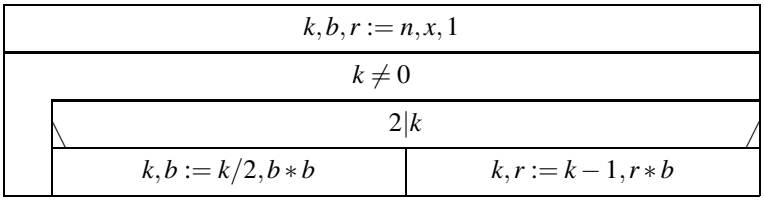
3. Feladat
Legyen $DO = (\pi, S)$! Hozzunk ellenpéldát mindkét állításra:

- $p(DO) \subseteq p(S)$? (5 pont)
- $p(S) \subseteq p(DO)$? (5 pont)

Megoldás:
$A = \{1,2\}, \pi = \text{hamis}, S = \{(1,<1,2>),(2,<2,1>)\}$.
Ekkor $p(S) = \{(1,2),(2,1)\}$, $p(DO) = \{(1,1),(2,2)\}$, tehát egyik tartalmazás sem igaz.

4. Feladat
$A = \underset{x}{\mathbb{Z}} \times \underset{n}{\mathbb{N}} \times \underset{r}{\mathbb{Z}} \times \underset{b}{\mathbb{Z}} \times \underset{k}{\mathbb{Z}}$
$S = ((k,b,r := n,x,1; DO(k \neq 0, IF(2|k : k,b := k/2, b*b, 2 \not| k : k,r := k-1, r*b))))$

- Rajzold fel a program stuktogramját! (5 pont)



- Milyen pontokat rendel a program a $(3,5,0,0,0)$ és $(-2,6,-1,1,12)$ pontokhoz? (10 pont)

  Megoldás:
  $S(3,5,0,0,0) = \{<(3,5,0,0,0),(3,5,1,3,5),(3,5,3,3,4),(3,5,3,9,2),(3,5,3,81,1),(3,5,243,81,0)>\}$, illetve
  $S(-2,6,-1,1,12) =$
  $\{<(-2,6,-1,1,12),(-2,6,1,-2,6),(-2,6,1,4,3),(-2,6,4,4,2),(-2,6,4,16,1),(-2,6,64,16,0)>\}$