

„Elegance is not a dispensable luxury but a quality that decides between success and failure.”
— Edsger Dijkstra

Bevezetés a programozáshoz 1., 2. zárthelyi dolgozat megoldásai
2006. december 5.

Az alábbi feladatok megoldása során állításaidat indokold! Az indoklások triviális tényekre, a tanult definíciókra és a kimondott tételre hivatkozhatnak. Az előadáson vagy gyakorlaton szerepelt bármely állítás felhasználható, azonban az el nem hangzottakat szintén indokolni kell!

1. Feladat

- $A = \{1, 2, 3\}, R = (x = 3), p(S) = \{(1, 1), (1, 2), (2, 2), (2, 3)\}$. Vizsgáljuk meg ezen a konkrét példán, hogy milyen tartalmazási kapcsolat állhat fenn $\lceil \neg \text{If}(S, R) \rceil$ és $\lceil \text{If}(S, \neg R) \rceil$ között. (5 pont)

Megoldás:

$\lceil \text{If}(S, R) \rceil = \emptyset \Rightarrow \lceil \neg \text{If}(S, R) \rceil = \{1, 2, 3\}, \lceil \text{If}(S, \neg R) \rceil = \{1\}$, tehát $\lceil \text{If}(S, \neg R) \rceil \subseteq \lceil \neg \text{If}(S, R) \rceil$ lehetséges.

- Bizonyítsuk be a példa alapján kijött tartalmazást! (5 pont)

Megoldás:

$a \in \lceil \text{If}(S, \neg R) \rceil \Rightarrow p(S)(a) \subseteq \lceil \neg R \rceil \Rightarrow p(S)(a) \not\subseteq \lceil R \rceil \Rightarrow a \notin \lceil \text{If}(S, R) \rceil \Rightarrow a \in \lceil \neg \text{If}(S, R) \rceil$

- Most vizsgáljuk meg, hogy milyen kapcsolat van $\lceil \text{If}(S, \text{igaz}) \rceil$ és $\lceil \text{igaz} \rceil$ között! (5 pont)

Megoldás:

$\lceil \text{If}(S, \text{igaz}) \rceil = D_{p(S)}, \lceil \text{igaz} \rceil = A \Rightarrow \lceil \text{If}(S, \text{igaz}) \rceil \subseteq \lceil \text{igaz} \rceil$.

- Ez alapján rakjuk össze a kapcsolatot $\text{If}(S, \text{igaz} \wedge (\neg R))$ valamint $(\text{igaz} \wedge (\neg \text{If}(S, R)))$ állítások között! (5 pont)

Megoldás:

$\text{If}(S, \text{igaz} \wedge (\neg R)) = \text{If}(S, \text{igaz}) \wedge \text{If}(S, \neg R) \Rightarrow \text{igaz} \wedge \neg \text{If}(S, R)$

2. Feladat

A altere B-nek. F' tetszőleges feladat B-n, F pedig A-n.

- Mutassuk meg, hogy $F = \text{pr}_A(F')$, nem biztosítja, hogy F' az F feladat kiterjesztettje? (5 pont)

Megoldás:

Legyen $A = \{1, 2\}, B = \{1, 2\} \times \{a, b\}, F = \{(1, 2)\}, F' = \{(1, a), (2, a)\}$. Ekkor $F = \text{pr}_A(F')$, de F' mégsem F kiterjesztettje, hiszen F kiterjesztettje például tartalmazná az $((1, b), (2, a))$ rendezett párt is!

- Lássuk be, hogyha F' -t az F feladat kiterjesztéseként kaptuk, akkor $F' = \text{pr}_A^{(-1)}(F)$ ill. $F' = \text{pr}_A^{-1}(F)$ fennállnak! (10 pont)

Megoldás:

A projekció függvény és függvény esetén az ősképp és az inverzképp megegyezik, így csak az egyik állítást szükséges bizonyítani. Bizonyítsuk az inverzet! Írjuk fel, hogy mit jelent F kiterjesztése:

$F' = \{(a, b) \in B \times B \mid \text{pr}_A((a, b)) \in F\}$,

most írjuk fel, hogy mit jelent a tetszőleges $H \subseteq B \times B$ mellett a projekció A-ra:

$\text{pr}_A(H) = \{(a, b) \in A \times A \mid \exists (a', b') \in H : (a, b) = \text{pr}_A((a', b'))\}$,

ekkor már láthatjuk $\text{pr}_A^{(-1)}(F)$ -et:

$\text{pr}_A^{(-1)}(F) = \{(a', b') \in B \times B \mid \text{pr}_A((a', b')) \in F\}$. Ez viszont pont F' .

3. Feladat

Legyen $DO = (\pi, S)$! Hozzunk ellenpéldát mindkét állításra:

- $p(DO) \subseteq p(S)$? (5 pont)

- $p(S) \subseteq p(DO)$? (5 pont)

Ekkor $p(S) = \{(1, 2), (2, 1)\}$, $p(DO) = \{(1, 1), (2, 2)\}$, tehát egyik tartalmazás sem igaz.

$$S = ((k, b, r := n, x, 1; DO(k \neq 0, IF(2|k : k, b := k/2, b * b, 2 \nmid k : k, r := k - 1, r * b))))$$

- | | |
|----------------------|------------------------|
| $k, b, r := n, x, 1$ | |
| $k \neq 0$ | |
| $2 k$ | |
| $k, b := k/2, b * b$ | $k, r := k - 1, r * b$ |

- $$\{<(-2, 6, -1, 1, 12), (-2, 6, 1, -2, 6), (-2, 6, 1, 4, 3), (-2, 6, 4, 4, 2), (-2, 6, 4, 16, 1), (-2, 6, 64, 16, 0)>\}$$