Bevezetés a programozáshoz 1., 2. zárthelyi dolgozat (megoldás)
2005. december

Az alábbi feladatok megoldása során állításaidat indokold! Az indoklások triviális tényekre, a tanult definíciókra és a kimondott tételelekre hivatkozhatnak. Az előadáson vagy gyakorlaton szerepelt bármely állítás felhasználható, azonban az el nem hangzottakat szintén indokolni kell!

1. Feladat
Igaz-e, ha $S \subseteq B \times B^{**}$, A altere B-nek, akkor

- $\mathcal{D}_{pr_A(p(S))} = pr_A(D_{p(S)})$? (8 pont)
- S A-ra történő projekciójának kiterjesztése B-re azonos S-sel? (8 pont)

Megoldás:

- igaz, mert $a \in \mathcal{D}_{pr_A(p(S))} \Rightarrow \exists b \in A : (a,b) \in pr_A(p(S)) \Rightarrow \exists a', b' \in B : a = pr_A(a') \wedge b = pr_A(b') \wedge (a',b') \in p(S) \Rightarrow a' \in \mathcal{D}_{p(S)} \Rightarrow a = pr_A(a') \in pr_A(\mathcal{D}_{p(S)})$, valamint $a \in pr_A(\mathcal{D}_{p(S)}) \Rightarrow \exists x' \in B : pr_A(x') = a \wedge x' \in \mathcal{D}_{p(S)} \Rightarrow \exists y' \in B : (x',y') \in p(S) \Rightarrow (pr_A(x'), pr_A(y')) \in pr_A(p(S)) \Rightarrow a = pr_A(x') \in \mathcal{D}_{pr_A(p(S))}$.
- nem igaz, ellenpélda:
  $B = \{1,2\} \times \{1,2\}$
  $B = \{1,2\}$
  $S = \{((1,1), <(1,1),(1,2)>), ((1,2), <(1,2)>), ((2,1), <(2,1)>), ((2,2), <(2,2)>)\}$
  ugyanis, ekkor
  $pr_A(S) = \{(1, <1,1>), (1, <1>), (2, <2>)\}$
  $(pr_A(S))' = \{((1,1), <(1,1),(1,1)>), ((1,2), <(1,2),(1,2)>), ((1,1), <(1,1)>), ((1,2), <(1,2)>), ((2,1), <(2,1)>), ((2,2), <(2,2)>)\} \neq S$

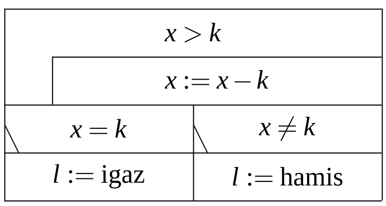
2. Feladat
Van-e olyan program, ami felírható szekvenciaként is, elágazásként is, és felírható ciklusként is? (8 pont)

Megoldás:
Van, pl. a SKIP, ui.: $SKIP = (SKIP; SKIP)$, $SKIP = IF(\text{igaz} : SKIP)$, $SKIP = DO(\text{hamis} : SKIP)$.

3. Feladat
$A = \underset{x}{\mathbb{N}} \times \underset{k}{\mathbb{N}} \times \underset{l}{\mathbb{L}}$
$S = ((DO(x > k, x := x - k); IF(x = k : l := \text{igaz}, x \neq k : l := \text{hamis}))$

- Rajzold fel a program stuktogramját! (5 pont)
- Milyen pontokat rendel a program a $(5,3,\text{igaz})$ és $(6,2,\text{hamis})$ pontokhoz? (10 pont)

Megoldás:



$S(5,3,\text{igaz}) = \{<(5,3,\text{igaz}), (2,3,\text{igaz}), (2,3,\text{hamis})>\}$,
$S(6,2,\text{hamis}) = \{<(6,2,\text{hamis}), (4,2,\text{hamis}), (2,2,\text{hamis}), (2,2,\text{igaz})>\}$.

4. Feladat

$x := x + y$
$y := x - y$
$x := x - y$

- Add meg a program egy lehetséges állapotterét és a program felírását a 3. feladatban használt jelölésekkel! (3 pont)
- Ha az állapottér két komponensű, akkor milyen pontokat rendel a program a $(4,9)$ és $(9,10)$ pontokhoz? (3 pont)

Megoldás:
$S = (((x := x+y; y := x-y); x := x-y))$.
$S(4,9) = \{< (4,9), (13,9), (13,4), (9,4) >\}$,
$S(9,10) = \{< (9,10), (19,10), (19,9), (10,9) >\}$.

5. Feladat
Specifikáld azt a típust, amelynek értékei a komplex számok, ahol a műveletek két komplex szám összeadása és egy komplex szám képzetes részének meghatározása. Csupán olyan komplexet akarunk ábrázolni, aminek valós és képzetes része is egész értékű. (Az elemi típus az egész típus.) (15 pont)
A típus megvalósítása során a programoknak elég a neveiket felírni, a konkrét programok valamilyen formában való megadása csupán plusz pont elérését teszi lehetővé.

Megoldás:
Típusspecifikáció:
$\mathcal{T}_s = (H, I_s, \mathbb{F})$, ahol $H = \mathbb{C}$ és $I_s : \mathbb{C} \to \mathbb{L}, \forall c \in \mathbb{C} : I_s(c) = (Re(c) \in \mathbb{Z} \wedge Im(c) \in \mathbb{Z})$,
vagy $H = \{$„egész értékű” komplexek$\}$ és $I_s =$ igaz.
$\mathbb{F} = \{F_+, F_i\}$.

F_+:
$F_+ \subseteq A_+ \times A_+$.
$A_+ = \underset{x}{\mathbb{C}} \times \underset{y}{\mathbb{C}} \times \underset{z}{\mathbb{C}}$
$B_+ = \underset{x'}{\mathbb{C}} \times \underset{y'}{\mathbb{C}}$
$Q_+ = (x = x' \wedge y = y')$
$R_+ = (Q \wedge z = x +^* y)$ (a $+^*$ a szokásos komplex összeadást jelöli)

F_i:
$F_i \subseteq A_i \times A_i$.
$A_i = \underset{x}{\mathbb{C}} \times \underset{i}{\mathbb{Z}}$
$B_i = \underset{x'}{\mathbb{C}}$
$Q_i = (x = x')$
$R_i = (Q \wedge i = Im(x))$

A típus megvalósítása:

$E = \mathbb{Z}, \mathcal{T} = (\rho, I, \mathbb{S}), \rho \subseteq E^* \times \mathbb{C}, T = \mathbb{C}, \mathbb{S} = \{S_+, S_i\}, \forall \alpha \in E^* : I(\alpha) = (|\alpha| = 2), \forall \alpha \in E^* \wedge I(\alpha) : \rho(\alpha) = \{\alpha_1 + \alpha_2 i\}$.