

Feladat: Adjunk egy programozási tételt, aminek segítségével megkereshető az $[m..n]$ intervallumon értelmezett β tulajdonság leghosszabb konstans igaz szeletének kezdőindexe és megállapítható a szelet hossza.

Átfogalmazás:

$$R = (\text{kezdőindex} : \mathbb{Z}, \text{hossz} : \mathbb{N}_0)$$

$$\phi : [m-1, n] \rightarrow R$$

$$\phi(m-1) = (m, 0), \forall i \in [m, n] : \phi(i) = F(i, \phi(i-1)), \text{ ahol } F : [m, n] \times R \rightarrow R \text{ definíciója:}$$

$$F(i, z) = \begin{cases} (z.\text{kezdőindex}, z.\text{hossz} + 1) & , \text{ ha } \beta(i) \\ (i + 1, 0) & , \text{ ha } \neg\beta(i) \end{cases}$$

Ezzel a ϕ függvénnyel a feladat a maximum keresésre vezethető vissza. A ϕ fv. maximumát keressük, az R típus rendezettségét annak hossz komponense adja. Az eredményt a megtalált max érték szolgáltatja. Ha nincs β tulajdonságú elem az intervallumban, azt a hossz komponens 0 értéke jelzi.

Specifikáció:

$$A = \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \times R$$

$$B = \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \times \text{max}$$

$$Q = (m = m' \wedge n = n' \wedge m \leq n + 1)$$

$$R = (Q \wedge \exists i \in [m-1, n] : \phi(i) = \text{max} \wedge \forall j \in [m-1, n] : \phi(j) \leq \text{max})$$

feladat		max. ker
$m-1$	\leftrightarrow	m
n	\leftrightarrow	n
$\phi(i)$	\leftrightarrow	$f(i)$

$i, k, \text{max} := m-1, m-1, \phi(m-1)$	
$k \neq n$	
$\phi(k+1) \geq \text{max}$	$\phi(k+1) \leq \text{max}$
$i, \text{max} := k+1, \phi(k+1)$	SKIP
$k := k+1$	

A visszavezetés alteres általánosított az i szerint.

Felhasználva a rekurzív függvény változóval való helyettesítésének programtranszformációs módszerét ϕ -re és azt a tényt, hogy két R -beli elemet a hossz komponens alapján hasonlítunk össze:

$i, k, \text{max}, z := m-1, m-1, (m, 0), (m, 0)$	
$k \neq n$	
$z := F(k+1, z)$	
$z.\text{hossz} > \text{max}.\text{hossz}$	
$i, \text{max} := k+1, z$	SKIP
$k := k+1$	

Ha ismerjük az esetszétválasztással definiált függvény kiszámításának programozási tételét, akkor ebből megkaphatjuk a megoldó programot, ha azt F -re alkalmazzuk:

$k, \text{max}, z := m-1, (m, 0), (m, 0)$	
$k \neq n$	
$\neg\beta(k+1)$	
$z := (k+2, 0)$	$z.\text{hossz} := z.\text{hossz} + 1$
$z.\text{hossz} \leq \text{max}.\text{hossz}$	
SKIP	$\text{max} := z$
$k := k+1$	

A program felírása közben az utófeltételben nem szereplő i -t, mivel az csak értékadások baloldalán fordult elő, elhagytuk.

A most ismertető feladatok az utolsó kivételével mind ennek a programozási tételnek a speciális esetei, így csak a β -t és a struktogramot ismertetjük.

70. feladat: Adott a 0,1 értékeket felvevő f függvény. Keressük meg a függvény értelmezési tartományának azt az elemét, amely a leghosszabb egyes-értéksorozat kezdete!

$$\beta(i) := f(i) = 1$$

$k, \max, z := m - 1, (m, 0), (m, 0)$	
$k \neq n$	
$f(k + 1) = 0$	
$z := (k + 2, 0)$	$z.hossz := z.hossz + 1$
$z.hossz \leq \max.hossz$	
SKIP	$\max := z$
$k := k + 1$	

75. feladat: Adjuk meg az f függvény értelmezési tartományának azt a leghosszabb szakaszát, amelyen belül az értékek növekednek!

$$n \leftarrow n - 1, \beta(i) := f(i + 1) \geq f(i)$$

$k, \max, z := m - 1, (m, 0), (m, 0)$	
$k \neq n - 1$	
$f(i + 1) < f(i)$	
$z := (k + 2, 0)$	$z.hossz := z.hossz + 1$
$z.hossz \leq \max.hossz$	
SKIP	$\max := z$
$k := k + 1$	

78. feladat: Adott az x vektor, amelynek elemei karakterek. A vektor szavakat tartalmaz, amiket egy-egy vessző választ el egymástól. Adjuk meg a leghosszabb szónak a kezdőindexét!

$$m \leftarrow x.lob, n \leftarrow x.hib, f \leftarrow x, \beta(i) := x_i \neq ','$$

$k, \max, z := x.lob - 1, (x.lob, 0), (x.lob, 0)$	
$k \neq x.hib$	
$x_{k+1} = ','$	
$z := (k + 2, 0)$	$z.hossz := z.hossz + 1$
$z.hossz \leq \max.hossz$	
SKIP	$\max := z$
$k := k + 1$	

79. feladat: Egy $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{Z}$ függvény értelmezési tartományának azon szakaszát, melynek két végpontja a függvény lokális minimumhelye úgy, hogy a végpontok közötti elemek nem azok, a függvény egy hegyének nevezzük. Adjuk meg a legszélesebb hegy kezdőpontját!

$$m \leftarrow a, n \leftarrow b, \beta(i) := \neg((i = a \vee f(i - 1) > f(i)) \wedge (i = b \vee f(i + 1) > f(i)))$$

$k, \max, z := a - 1, (a, 0), (a, 0)$	
$k \neq b$	
$(i = a \vee f(i-1) > f(i)) \wedge (i = b \vee f(i+1) > f(i))$	
$z := (k + 2, 0)$	$z.\text{hossz} := z.\text{hossz} + 1$
$z.\text{hossz} \leq \max.\text{hossz}$	
SKIP	$\max := z$
$k := k + 1$	

80. feladat: Egy vektornak azt a szakaszát, amely csupa negatív elemet tartalmaz úgy, hogy a szakaszt jobbról és balról nemnegatív elem, vagy a vektor vége határolja, a vektor negatív szigetének nevezzük. Adjuk meg az x vektor legnagyobb negatív szigetének kezdőindexét!

$m \leftarrow x.\text{lob}, n \leftarrow x.\text{hib}, f \leftarrow x, \beta(i) := x_i < 0$

$k, \max, z := x.\text{lob} - 1, (x.\text{lob}, 0), (x.\text{lob}, 0)$	
$k \neq x.\text{hib}$	
$x_{k+1} \geq 0$	
$z := (k + 2, 0)$	$z.\text{hossz} := z.\text{hossz} + 1$
$z.\text{hossz} \leq \max.\text{hossz}$	
SKIP	$\max := z$
$k := k + 1$	

71. feladat: Egy függvény értelmezési tartományának azt a szakaszát, amelyhez tartozó értékek negatívak, úgy hogy a szakaszt jobbról és balról nemnegatív érték, vagy az értelmezési tartomány vége határolja, a függvény negatív szigetének nevezzük. Adjuk meg az függvény értelmezési tartományában a negatív szigetek számát!

Ez a feladat ugyanezen rekurzív függvény $\beta(i) := f(i) < 0$ helyettesítéssel kapott változata mellett azon függvényértékek megszámlálásáról szól, amelyek hossz értéke 1.

$$A = \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \times N_0$$

$$B = \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$$

$$Q = (m = m' \wedge n = n' \wedge m \leq n + 1)$$

$$R = (Q \wedge d = \sum_{i=m}^n \chi(\phi(i) = 1))$$

$k, d, z := m - 1, 0, (m, 0)$	
$k \neq n$	
$f(k + 1) \geq 0$	
$z := (k + 2, 0)$	$z.\text{hossz} := z.\text{hossz} + 1$
$z.\text{hossz} \neq 1$	
SKIP	$d := d + 1$
$k := k + 1$	