*Feladat:* Adott egy $f : [a,b] \to \mathbb{Z}$ függvény. Ezen függvény értelmezési tartományának egy $i$ pontját a függvény csúcsának nevezzük, ha $\forall j \in [i+1,b] : f(j) < f(i)$. Adjuk meg, hogy hány csúcsa van $f$-nek!

*Átfogalmazás:* Legyen $R = (cs : \mathbb{L}, max : \mathbb{Z} \cup \{-\infty\})$ egy rekord. Ekkor $\psi : [a, b+1] \to R$ függvény legyen olyan, hogy egy adott az intervallumbeli szám esetén az eredményrekord $cs$ komponense akkor és csak akkor igaz, ha az adott szám csúcs, a $max$ komponens pedig az adott számtól az intervallum végéig előforduló legnagyobb függvényértéket tartalmazza. $b+1$ argumentum esetén a lehető legkisebb értéket, a $-\infty$ értéket adja vissza, hamis $cs$ komponenssel. Formálisan:

$$\psi(i) = \begin{cases} (\text{hamis}, -\infty) & \text{, ha } i = b+1 \\ (\text{igaz}, f(i)) & \text{, ha } i \in [a,b] \wedge \forall j \in [i+1,b] : f(j) < f(i) \\ (\text{hamis}, max(f(i+1),\ldots,f(b))) & \text{, ha } i \in [a,b] \wedge \exists j \in [i+1,b] : f(j) \geq f(i) \end{cases}$$

Ennek a függvénynek egy rekurzív átfogalmazása is megadható: $\phi : [a-1,b] \to R$
$\phi(a-1) = (\text{hamis}, -\infty)$, $\forall i \in [a,b] : \phi(i) = F(i, \phi(i-1))$, ahol $F : [a,b] \times R \to R$ definíciója:

$$F(i,x) = \begin{cases} (\text{igaz}, f(b+a-i)) & \text{, ha } x.max < f(b+a-i) \\ (\text{hamis}, x.max) & \text{, ha } x.max \geq f(b+a-i) \end{cases}$$

*Példa:* $f : [-2,6] \to Z$

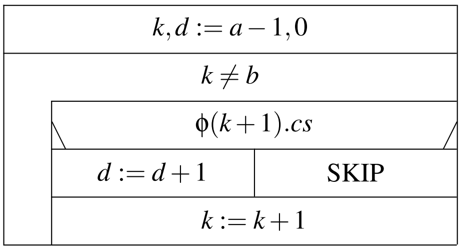
| $i$ | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(i)$ | - | 5 | 0 | -12 | 34 | 20 | 8 | 3 | 2 | 5 | - |
| $\psi(i)$ | - | (h, 34) | (h, 34) | (h, 34) | (i, 34) | (i, 20) | (i, 8) | (h, 5) | (h, 5) | (i, 5) | (h, $-\infty$) |
| $F(i,\phi(i-1))$ | - | (i, 5) | (h, 5) | (h, 5) | (i, 8) | (i, 20) | (i, 34) | (h, 34) | (h, 34) | (h, 34) | - |
| $\phi(i)$ | (h, $-\infty$) | (i, 5) | (h, 5) | (h, 5) | (i, 8) | (i, 20) | (i, 34) | (h, 34) | (h, 34) | (h, 34) | - |

Vegyük észre, hogy habár a $\psi$ és $\phi$ egymáshoz képest fordított sorrendű, de ettől még az igaz $cs$ adatkomponensű tagjaik száma azonos, így bármelyiküket használhatjuk.

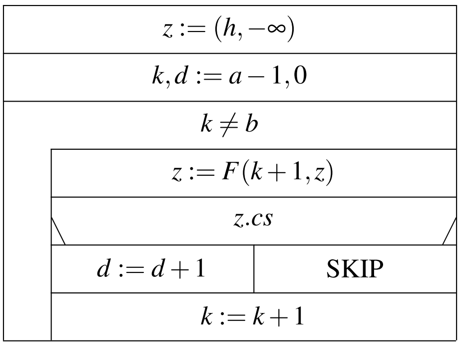
Ezzel a $\phi$ függvénnyel már a feladat a számlálásra természetes módon visszavezethető:

*Specifikáció:*
$A = \underset{a}{\mathbb{N}} \times \underset{b}{\mathbb{N}} \times \underset{d}{\mathbb{N}_0}$
$B = \underset{a'}{\mathbb{N}} \times \underset{b'}{\mathbb{N}}$
$Q = (a = a' \wedge b = b' \wedge a \leq b+1)$
$R = (Q \wedge d = \sum_{i=a}^{b} \chi(\phi(i).cs))$

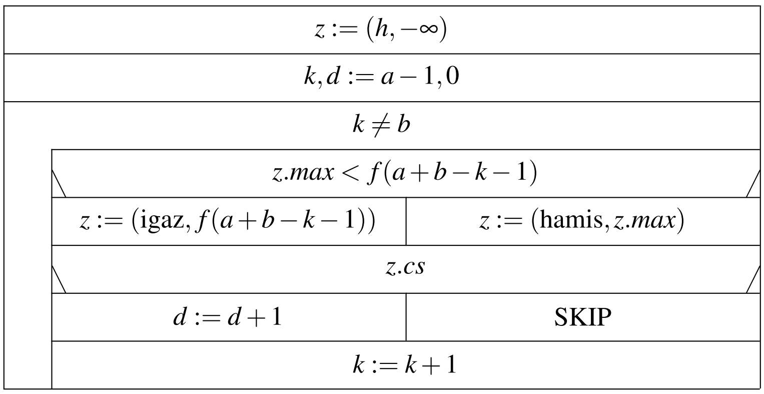
| feladat | | számlálás |
|---|---|---|
| $a$ | $\leftrightarrow$ | $m$ |
| $b$ | $\leftrightarrow$ | $n$ |
| $\phi(i).cs$ | $\leftrightarrow$ | $\beta(i)$ |




Felhasználva a rekurzív függvény változóval való helyettesítésének programtranszformációs módszerét $\phi$-re:




Ha ismerjük az elágazással definiált függvény kiszámításának programozási tételét, akkor ebből megkaphatjuk a megoldó programot, ha azt $F$-re alkalmazzuk:




Megjegyezzük, hogyha nem engednénk meg az üres intervallumokat, akkor a kezdeti értékadás lehetne $z := (h, f(b)-1)$, amivel a $-\infty$ használata a gyakorlatban elkerülhető.