Feladat: Adottak az f és g monoton növő függvények, valamint a k szám. Álapítsuk meg, található-e olyan i és j argumentum, amire $f(i)+g(j)=k$!

A megoldás az lesz, hogy a egy lin. ker. 2.8-cal megállapítjuk, hogy van-e olyan $f(i)$, amihez található jó $g(j)$. A jó $g(j)$ megtalálása adott $f(i)$-hez pedig lin. ker. 3-ra vezethető vissza, ugyanis nem kell elmenni g értelmezési tartományának a végéig, hanem ha $f(i)+g(j)>k$, akkor már megállhatunk hamis eredménnyel. Ugyanez a trükk az f esetében nem süthető el, hiába monoton nő, hiszen lehet, hogy g negatív értékeket is tartalmaz.

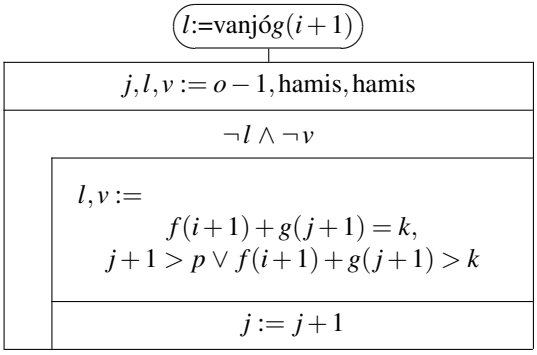
Sepcifiáljuk először a g-ben való keresésre vonatkozó feladatot: a j értéket keressük, úgy, hogy $f(i+1)+g(j)=k$ igaz legyen rögzített k-ra és i-re.

Specifikáció:
$f\colon [m,n]\to\mathbb{Z}, g\colon [o,p]\to\mathbb{Z}$
$A=\underset{o}{\mathbb{Z}}\times\underset{p}{\mathbb{Z}}\times\underset{i}{\mathbb{Z}}\times\underset{k}{\mathbb{Z}}\times\underset{l}{\mathbb{L}}$
$B=\underset{o'}{\mathbb{Z}}\times\underset{p'}{\mathbb{Z}}\times\underset{i'}{\mathbb{Z}}\times\underset{k'}{\mathbb{Z}}$
$Q=(o=o'\wedge p=p'\wedge o\le p+1\wedge\forall j\in[o,p-1]: g(j+1)\ge g(j)\wedge\exists j\ge o:\beta(j))$
$R=(Q\wedge l=(\exists j\ge o:\gamma(j)\wedge\forall x\in[m..j-1]:\neg\delta(x)))$, ahol

$$\gamma(j):=(f(i+1)+g(j)=k)$$
$$\delta(j):=(j>p\vee f(i+1)+g(j)>k)$$
$$\beta(j):=\gamma(j)\vee\delta(j)$$

Visszavezetés a lin. ker. 3-ra, alteres általánosított (a tétel i értékére nem vagyunk kiváncsiak). Paraméteres p, i és k szerint. Valamint általánosított is, ugyanis a lin. ker. 3. tételben nem szerepel az előfeltételben egy függvényről az a kikötés, hogy monoton nő.

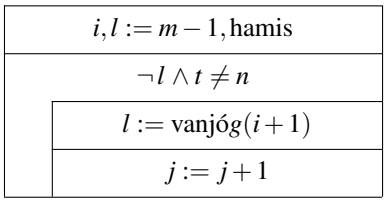
feladat		lin. ker. 3
$-\quad(j)$	$\leftrightarrow$	i
o	$\leftrightarrow$	m
l	$\leftrightarrow$	u



A tételben szereplő i-t át kellett nevezni j-re, ugyanis i a feladat paramétere.

Ezzel a részprogrammal már könnyű:

$A=\underset{m}{\mathbb{Z}}\times\underset{n}{\mathbb{Z}}\times\underset{k}{\mathbb{Z}}\times\underset{l}{\mathbb{L}}$
$B=\underset{m'}{\mathbb{Z}}\times\underset{n'}{\mathbb{Z}}\times\underset{k'}{\mathbb{Z}}$
$Q=(m=m'\wedge n=n'\wedge m\le n+1\wedge k=k'\wedge\forall i\in[m,n-1]: f(i+1)\ge f(i))$
$R=(Q\wedge l=(\exists i\in[m,n]:\text{vanjóg}(i)))$

feladat		lin. ker. 2.8
vanjóg(i)	$\leftrightarrow$	$\beta(i)$

A visszavezetés paraméteres k szerint, valamint alteres általánosított i szerint és általánosított az f függvény monoton növekedése miatt.