

*Feladat*

Határozzuk meg az  $n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n$  értékét!

*Specifikáció:*

$$A = \mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}$$

$$B = \mathbb{Z}$$

$$Q = (n = n')$$

$$R = (Q \wedge r = n!)$$

*Megoldás:*

Most keressük meg a specifikációnak megfelelő megoldó programot! A megoldást úgy sejtjük, hogy egy ciklussal találhatjuk meg. Nos, mi legyen ennek a ciklusnak az invariánsa (és új állapottere)?

$$A' = \mathbb{N}_0 \times \mathbb{N} \times \mathbb{N}_0$$

$$P = (Q \wedge k \in [0..n] \wedge r = k!)$$

Ellenőrizzük le a ciklus feltételeit:

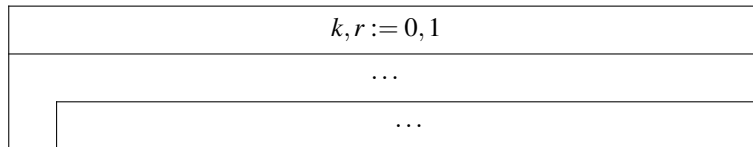
1.  $Q \Rightarrow P$

Jól láthatóan nem teljesül, sőt fordítva igaz. Ezért megpróbálunk egy olyan közbülső állapotot felírni, ami a  $Q$ -ből könnyedén (egy értékadással) elérhető és ugyanakkor ez a kívánt feltétel teljesül rá. Amennyiben ez sikerül, akkor már csak egy szekvencia közbülső feltételeként kell pillantani erre az új  $Q'$  feltételre és máris felírható lesz a kívánt program egy értékadás és egy ciklus szekvenciájaként.

$$Q' = (Q \wedge k = 0 \wedge r = 1)$$

Látható, hogy  $Q' \Rightarrow P$  és  $Q \Rightarrow \text{If}(k, r := 0, 1, Q') = (Q \wedge 0 = 0 \wedge 1 = 1) = Q$ .

Tehát a program valahogy így néz ki:



2.  $P \wedge \neg \pi \Rightarrow R$

Ez a feltétel kezünkbe adja a ciklusfeltételt, hiszen  $P$  és  $R$  összehasonlításából  $\neg \pi$ -re  $k = n$  adódik. Tehát  $\pi = (k \neq n)$ .

3.  $P \wedge \pi \Rightarrow t > 0$

Jelen esetben ez:  $Q \wedge k \in [0..n-1] \wedge r = k! \Rightarrow t > 0$ . Tehát  $t := n - k$  egy megfelelő terminálófüggvény.

4./5.  $P \wedge \pi \wedge t = t_0 \Rightarrow \text{If}(S_0, P \wedge t < t_0)$

A ciklusmagban  $k$  értékét biztos növeljük, viszont az invariánst is meg kell tartanunk, ezt teszi egyszerre a  $k, r := k + 1, r(k + 1)$  szimultán értékadás, lássuk mi ennek a leggyengébb előfeltétele a  $P \wedge t = t_0$ -ra vonatkozóan:  $\text{If}(k, r := k + 1, r(k + 1), P \wedge n - k = t_0) = (Q \wedge k + 1 \in [0..n] \wedge r(k + 1) = (k + 1)! \wedge n - k - 1 = t_0)$ . Ez a feltétel azonban következik  $P \wedge \pi \wedge t = t_0$ -ból.

