

*Feladat:* Határozzuk meg az  $x$  vektor elemeinek összegét úgy, hogy a páratlan indexű elemek a negáltjukkal szerepeljenek az összegzésben!

*Specifikáció:*

$$\mathbb{V} = \text{vect}(\mathbb{Z}, \mathbb{Z})$$

$$A = \mathbb{V} \times \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$$

$$B = \mathbb{V}$$

$$Q = (x = x')$$

$$R = \left( Q \wedge r = \sum_{i=x.lob}^{x.hib} (-1)^i * x[i] \right)$$

*Megoldás:*

Most keressük meg a specifikációnak megfelelő megoldó programot! A megoldást úgy sejtjük, hogy egy ciklussal találhatjuk meg. Nos, mi legyen ennek a ciklusnak az invariánsa?

$$P = \left( Q \wedge k \in [x.lob - 1..x.hib] \wedge r = \sum_{i=x.lob}^k (-1)^i * x[i] \right)$$

Ellenőrizzük le a ciklus feltételeit:

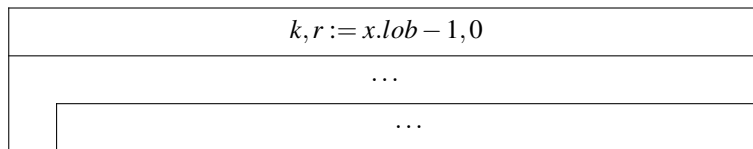
1.  $Q \Rightarrow P$

Jól láthatóan nem teljesül, sőt fordítva igaz. Ezért megpróbálunk egy olyan közbülső állapotot felírni, ami a  $Q$ -ből könnyedén (egy értékadással) elérhető és ugyanakkor ez a kívánt feltétel teljesül rá. Amennyiben ez sikerül, akkor már csak egy szekvencia közbülső feltételeként kell pillantani erre az új  $Q'$  feltételre és máris felírható lesz a kívánt program egy értékadás és egy ciklus szekvenciájaként.

$$Q' = (Q \wedge k = x.lob - 1 \wedge r = 0)$$

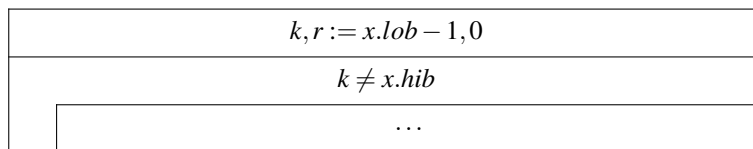
Látható, hogy  $Q' \Rightarrow P$  és  $Q \Rightarrow \text{If}(k, r := x.lob - 1, 0, Q') = Q$ .

Tehát a program valahogy így néz ki:



2.  $P \wedge \neg \pi \Rightarrow R$

Ez a feltétel kezünkbe adja a ciklusfeltételt, hiszen  $P$  és  $R$  összehasonlításából  $\neg \pi$ -re  $k = x.hib$  adódik. Tehát  $\pi = (k \neq x.hib)$ .



3.  $P \wedge \pi \Rightarrow t > 0$

Jelen esetben ez:  $(Q \wedge k \in [x.lob - 1..x.hib - 1] \wedge r = \dots) \stackrel{?}{\Rightarrow} t > 0$ , tehát a termináló függvény:  $t := x.hib - k$ . Ez a függvény  $P \wedge \pi$  esetén nyilván pozitív.

5.  $P \wedge \pi \wedge t = t_0 \Rightarrow \text{If}(S_0, t < t_0)$

Előrevéve az utolsó feltételt már most biztosíthatjuk, hogy a programunk lefutása véges legyen.

$k, r := x.lob - 1, 0$
$k \neq x.hib$
$k := k + 1$

$$P \wedge \pi \wedge x.hib - k = t_0 \stackrel{?}{\Rightarrow} \text{If}(k := k + 1, x.hib - k < t_0) = x.hib - k - 1 < t_0 \checkmark$$

4.  $\boxed{P \wedge \pi \Rightarrow \text{If}(S_0, P)}$

Könnyedén látható, hogy a jelenlegi ciklusmag ezt a feltételt nem teljesíti, hiszen

$$\text{If}(S_0, P) = \left( Q \wedge k + 1 \in [x.lob - 1..x.hib] \wedge r = \sum_{i=x.lob}^{k+1} (-1)^i * x[i] \right) =: Q'', \text{ nem következik } P \wedge \pi\text{-ből (például abban az esetben, ha } x[k + 1] \neq 0.$$

Ezért egy szekvencia második fele lesz az eddigi ciklusmag és  $Q''$ -t pedig az

$S_{01} := (r := r + (-1)^{k+1} * x[k + 1])$  értékadással érjük el a szekvencia első részében.

$$P \wedge \pi \Leftrightarrow (Q \wedge k \in [x.lob - 1..x.hib - 1] \wedge r = \sum_{i=x.lob}^k (-1)^i * x[i])$$

$\stackrel{?}{\Rightarrow}$

$$\text{If}(S_{01}, Q'') \Leftrightarrow \left( Q \wedge k + 1 \in [x.lob - 1..x.hib] \wedge r + (-1)^{k+1} * x[k + 1] = \sum_{i=x.lob}^{k+1} (-1)^i * x[i] \right) \checkmark$$

$k, r := x.lob - 1, 0$
$k \neq x.hib$
$r := r + ((-1)^{k+1} * x[k + 1])$
$k := k + 1$