Feladat: Adottak az x és y vektorok (x.dom=y.dom). Képezzük az x+y és x-y vektorok skaláris szorzatát!

Specifikáció:
$\mathbb{V} = \text{vect}(\mathcal{H}, \mathbb{Z})$
$A = \underset{x}{\mathbb{V}} \times \underset{y}{\mathbb{V}} \times \underset{r}{\mathbb{Z}} \times \underset{k}{\mathbb{N}_0}$
$B = \underset{x'}{\mathbb{V}} \times \underset{y'}{\mathbb{V}}$
$Q = (x = x' \wedge y = y' \wedge x.dom = y.dom)$
$R = (Q \wedge r = \sum\limits_{i=0}^{x.dom-1} (x_{succ^i(x.lob)} + y_{succ^i(y.lob)}) * (x_{succ^i(x.lob)} - y_{succ^i(y.lob)}))$

Megoldás:
A megoldó ciklus invariánsa:

$$P = (Q \wedge k \in [0..x.dom] \wedge r = \sum_{i=0}^{k-1} (x_{succ^i(x.lob)} + y_{succ^i(y.lob)}) * (x_{succ^i(x.lob)} - y_{succ^i(y.lob)}))$$

Ellenőrízzük le a ciklus feltételeit:
1. $\boxed{Q \Rightarrow P}$

$Q' = (Q \wedge k = 0 \wedge r = 0)$

Látható, hogy $Q' \Rightarrow P$ és $Q \Rightarrow \text{lf}(k, r := 0, 0, Q') = Q$.

2. $\boxed{P \wedge \neg\pi \Rightarrow R}$
$\pi = (k \neq x.dom)$.

A program eddig így néz ki:

$k, r := 0, 0$	
$k \neq x.dom$	
	S_2

3. $\boxed{P \wedge \pi \Rightarrow t > 0}$
Jelen esetben ez: $(Q \wedge k \in [0..x.dom-1] \wedge r = \cdots) \Rightarrow t > 0$, tehát a
$t = x.dom - k$ függvény egy megfelelő terminálófüggvény.

4./5. $\boxed{P \wedge \pi \wedge t = t_0 \Rightarrow \text{lf}(S_0, P \wedge t < t_0)}$
Szekvencia legyen az S_2, közbülső állapot:
$Q'' = (\text{lf}(k := k+1, P) \wedge t = t_0) = (Q \wedge k+1 \in [0..x.dom] \wedge$
$\wedge\, r = \sum\limits_{i=0}^{k} (x_{succ^i(x.lob)} + y_{succ^i(y.lob)}) * (x_{succ^i(x.lob)} - y_{succ^i(y.lob)})) \wedge t = t_0)$

$P \wedge \pi \wedge t = t_0 \overset{?}{\Rightarrow} \text{lf}(r := r + (x_{succ^k(x.lob)} + y_{succ^k(y.lob)}) * (x_{succ^k(x.lob)} - y_{succ^k(y.lob)}), Q'')\surd$
$Q'' = (\text{lf}(k := k+1, P) \wedge t = t_0 \overset{?}{\Rightarrow} \text{lf}(k := k+1, P \wedge t < t_0) = \text{lf}(k := k+1, P) \wedge \underbrace{\text{lf}(k := k+1, t < t_0)}_{x.dom-k-1<t_0})\surd$

$k, r := 0, 0$	
$k \neq x.dom$	
	$r := r + (x_{succ^k(x.lob)} + y_{succ^k(y.lob)}) * (x_{succ^k(x.lob)} - y_{succ^k(y.lob)})$
	$k := k + 1$

Megjegyzés: ha nem tekintjük megengedett műveletnek a programban a *succ* valamelyik hatványára való hivatkozást, akkor a kérdéses függvényeket helyettesíthetjük változóval, ekkor az alábbi programot kapjuk:

$xi, yi, r, k := x.lob, y.lob, 0, 0$
$k \neq x.dom$
$r := r + (x_{xi} + y_{yi}) * (x_{xi} - y_{yi})$
$k, xi, yi := k + 1, succ(xi), succ(yi)$

Továbbá, ha a vektort (kevésbé általános módon) vect$(\mathbb{Z}, \mathbb{Z})$ alakúnak képzeljük, akkor a $succ^i(x.lob)$ kifejezéshez hasonló formulák összeadásra, azaz $x.lob + i$ alakúra egyszerűsödnek:

$k, r := 0, 0$
$k \neq x.dom$
$r := r + (x_{x.lob+k} + y_{y.lob+k})*$ $*(x_{x.lob+k} - y_{y.lob+k})$
$k := k + 1$