

*Feladat:* Határozzuk meg az  $x$  természetes szám decimális alakja számjegyeinek számát!

*Feladat:* Határozzuk meg az  $x$  természetes szám decimális alakja számjegyeinek összegét!

*Specifikáció:*

$$A = \mathbb{N} \times \mathbb{N} \times \mathbb{N}$$

$$B = \mathbb{N}$$

$$Q = (x = x')$$

$$R = (Q \wedge s = \sum_{i=1}^{\text{db}(x)} \text{szj}(x, i) \wedge d = \text{db}(x))$$

Ahol a  $\text{db}$  függvény megadja egy természetes szám számjegyeinek a számát, míg az  $\text{szj}$  függvény megadja egy természetes szám számjegyei közül hátulról számolva az  $i$ -ediket.

Formálisan:

$$\text{db} : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, \text{db}(x) := \lfloor \log_{10}(x) \rfloor + 1$$

$$\text{szj} : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow [0..9], \mathcal{D}_{\text{szj}} := \{(x, i) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid i \leq \text{db}(x)\}, \text{szj}(x, i) := (x \text{ div } 10^{i-1}) \bmod 10$$

Látható, hogy a két feladatot egyszerre úgy oldjuk meg, hogy az  $s$  változóba számoljuk ki a számjegyek összegét, a  $d$ -be pedig a számjegyek számát.

*Megoldás:*

$$P = (Q \wedge d \in [0, \text{db}(x)] \wedge y = (x \text{ div } 10^d) \wedge s = \sum_{i=1}^d \text{szj}(x, i))$$

1.  $\boxed{Q \Rightarrow P}$

$$Q' = (Q \wedge d = s = 0 \wedge y = x)$$

2.  $\boxed{P \wedge \neg \pi \Rightarrow R}$

$\neg \pi = (d = \text{db}(x))$ , de vegyük észre, hogy  $(P \wedge d = \text{db}(x)) \Leftrightarrow (P \wedge y = x \text{ div } 10^{\text{db}(x)} = 0)$ , így  $\neg \pi = (y = 0)$  is jó.

3.  $\boxed{P \wedge \pi \Rightarrow t > 0}$

Az előző pont észrevételével:  $t := y$ .

4./5.  $\boxed{P \wedge \pi \wedge t = t_0 \Rightarrow \text{If}(S_0, P \wedge t < t_0)}$

$$P \wedge \pi \wedge y = t_0 = (Q \wedge d \in [0, \text{db}(x) - 1] \wedge 0 \neq y = (x \text{ div } 10^d) \wedge s = \sum_{i=1}^d \text{szj}(x, i) \wedge y = t_0) \stackrel{?}{\Rightarrow}$$

$$\stackrel{?}{\Rightarrow} \text{If}(y, s, d := y \text{ div } 10, s + (y \bmod 10), d + 1, P \wedge y < t_0) =$$

$$= (Q \wedge d + 1 \in [0, \text{db}(x)] \wedge y \text{ div } 10 = (x \text{ div } 10(10^d)) \wedge s + (y \bmod 10) = \sum_{i=1}^{d+1} \text{szj}(x, i) \wedge y \text{ div } 10 < t_0) \checkmark$$

A következőzés a  $\text{db}$  és  $\text{szj}$  definíciójából és egyszerű behelyettesítésekből adódik.

