Feladat: Adott a t négyzetes mátrix. Határozzuk meg az alsó háromszög elemeinek összegét!

Specifikáció:
$\mathbb{M} = \text{vect}(\mathbb{Z}, \text{vect}(\mathbb{Z}, \mathbb{Z}))$, invariánsa: $I(x) = (\forall i \in [x.lob, x.hib] : x_i.lob = x.lob \land x_i.hib = x.hib)$
$A = \underset{t}{\mathbb{M}} \times \underset{r}{\mathbb{Z}} \times \underset{k}{\mathbb{Z}} \times \underset{g}{\mathbb{Z}}$
$B = \underset{t'}{\mathbb{M}}$
$Q = (t = t')$
$$R = \left(Q \land r = \sum_{i=t.lob}^{t.hib} \sum_{j=t.lob}^{i} t_{i\,j} \right)$$

Megoldás:
A megoldó ciklus invariánsa:
$$P = \left(Q \land k \in [t.lob - 1..t.hib] \land r = \sum_{i=t.lob}^{k} \sum_{j=t.lob}^{i} t_{i\,j} \right)$$

Ellenőrízzük le a ciklus feltételeit:
1. $\boxed{Q \Rightarrow P}$

$Q' = (Q \land k = t.lob - 1 \land r = 0)$

Látható, hogy $Q' \Rightarrow P$ és $Q \Rightarrow \text{lf}(k, r := t.lob - 1, 0, Q') = Q$.

2. $\boxed{P \land \neg\pi \Rightarrow R}$
P és R összehosonlításából $\neg\pi$-re $k = t.hib$ adódik. Tehát $\pi = (k \neq t.hib)$.

$k, r := t.lob - 1, 0$	
$k \neq t.hib$	
	$\dots$

3. $\boxed{P \land \pi \Rightarrow t > 0}$
Jelen esetben ez: $(Q \land k \in [t.lob - 1..t.hib - 1] \land r = \cdots) \overset{?}{\Rightarrow} t > 0$, tehát a termináló függvény: $t := t.hib - k$. Ez a függvény $P \land \pi$ esetén nyilván pozitív.

4./5. $\boxed{P \land \pi \land t = t_0 \Rightarrow \text{lf}(S_0, P \land t < t_0)}$
Ezt a pontot a szokásos alakú ciklusmaggal biztosítjuk, ami egy szekvencia. A szekvencia második utasítása a ciklusváltozót növeli.

$$Q'' = (\text{lf}(k := k+1, P) \land t = t_0) = \left(Q \land k+1 \in [t.lob - 1..t.hib] \land r = \sum_{i=t.lob}^{k+1} \sum_{j=t.lob}^{i} t_{i\,j} \right) \land t = t_0$$

A szekvencia első része a $P \land \pi \land t = t_0 \Rightarrow \text{lf}(S_{01}, Q'')$ feltételt kell teljesítse! Nézzük közelebbről ezt a feltételt (S_{01}-et egyelőre SKIP-nek tekintve):
$$\left(Q \land k \in [t.lob - 1..t.hib - 1] \land r = \sum_{i=t.lob}^{k} \sum_{j=t.lob}^{i} t_{i\,j} \right) \land t = t_0 \overset{?}{\Rightarrow}$$
$$xo \left(Q \land k+1 \in [t.lob - 1..t.hib] \land r = \sum_{i=t.lob}^{k+1} \sum_{j=t.lob}^{i} t_{i\,j} \right) \land t = t_0 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \left(Q \land k+1 \in [t.lob - 1..t.hib] \land r = (\sum_{i=t.lob}^{k} \sum_{j=t.lob}^{i} t_{i\,j}) + \sum_{j=t.lob}^{k+1} t_{k+1\,j} \right) \land t = t_0$$

S_{01} nem lehet egyetlen értékadás, mert akkor a nem megengedett szummát kellene használni a jobb oldalán. A $P \land \pi \land t = t_0$ és a Q'' állapot összekötésére egy ciklus alkalmas. Az invariánsát úgy kapjuk, hogy a Q''-ben a második szumma hatáskörét csökkentjük:

$P' = (Q \wedge k+1 \in [t.lob-1..t.hib] \wedge g \in [t.lob-1..k+1] \wedge r = (\sum_{i=t.lob}^{k} \sum_{j=t.lob}^{i} t_{i\,j}) + \sum_{j=t.lob}^{g} t_{k+1\,j} \wedge t = t_0)$

A belső ciklus levezetéséhez szükséges további állapotok:

$Q''' = (Q \wedge k+1 \in [t.lob-1..t.hib] \wedge g = t.lob-1 \wedge r = (\sum_{i=t.lob}^{k} \sum_{j=t.lob}^{i} t_{i\,j}) \wedge t = t_0),$

$Q^* = (Q \wedge k+1 \in [t.lob-1..t.hib] \wedge g+1 \in [t.lob-1, k+1] \wedge r = (\sum_{t.lob=1}^{k} \sum_{j=t.lob}^{i} t_{i\,j}) + \sum_{j=t.lob}^{g+1} t_{k+1\,j}).$