

„Before software can be reusable it first has to be usable.”

— Ralph Johnson

Bevezetés a programozáshoz 2., 1. zárthelyi dolgozat
2008. február 22. (péntek), 10 óra

1. feladat

20 pont

Adott az $f : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ függvény. Határozzuk meg az $[m..n] \times [j..k]$ által kihatott értelmezési tartományrész függvényértékei által meghatározott négyzetes mátrix főátlóbeli elemeinek az összegét (tehát a mátrix nyomát). Formálisan: az $f(m, j) + f(m+1, j+1) + \dots + f(n, k)$ összegre vagyunk kíváncsiak. Adjunk specifikációt, megoldóprogramot! Bizonyítsuk be, hogy a megoldóprogram megoldja a specifikációban kitűzött feladatot!

Megoldás:

$$A = \mathbb{Z}_m \times \mathbb{Z}_n \times \mathbb{Z}_j \times \mathbb{Z}_k \times \mathbb{Z}_r$$

1 pont

$$B = \mathbb{Z}_{m'} \times \mathbb{Z}_{n'} \times \mathbb{Z}_{j'} \times \mathbb{Z}_{k'}$$

1 pont

$$Q = (m = m' \wedge n = n' \wedge j = j' \wedge k = k' \wedge m \leq n + 1 \wedge n - m = k - j)$$

2 pont

$$R = (Q \wedge r = \sum_{i=0}^{n-m} f(m+i, j+i))$$

3 pont

$$P = (Q \wedge z \in [-1..n-m] \wedge r = \sum_{i=0}^z f(m+i, j+i))$$

3 pont

1. $Q \Rightarrow P$

1 pont

$$Q' := (Q \wedge z = -1 \wedge r = 0) \Rightarrow P$$

$$Q \Rightarrow \text{If}(z, r := -1, 0, Q')$$

2. $P \wedge \neg \pi \Rightarrow R$

1 pont

$$\neg \pi := (z = n - m)$$

3. $P \wedge \pi \Rightarrow t > 0$

1 pont

$$t := n - m - z$$

4./5. $P \wedge \pi \wedge t = t_0 \Rightarrow \text{If}(S_0, P \wedge t < t_0)$

4 pont

$$(P \wedge \pi \wedge t = t_0) =$$

$$= (Q \wedge z \in [-1..n-m-1] \wedge r = \sum_{i=0}^z f(m+i, j+i) \wedge n-m-z = t_0) \stackrel{?}{\Rightarrow}$$

$$\stackrel{?}{\Rightarrow} \text{If}(z, r := z+1, r+f(m+z+1, j+z+1), Q \wedge z \in [-1..n-m] \wedge r = \sum_{i=0}^z f(m+i, j+i) \wedge n-m-z < t_0) =$$

$$= (Q \wedge z+1 \in [-1..n-m] \wedge r+f(m+z+1, j+z+1) = \sum_{i=0}^{z+1} f(m+i, j+i) \wedge n-m-z-1 < t_0) \checkmark$$

Tehát a megoldóprogram:

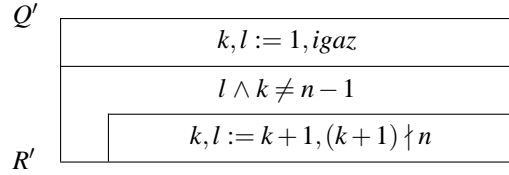
$z, r := -1, 0$
$z \neq n - m$
$z, r := z + 1, r + f(m + z + 1, j + z + 1)$

3 pont

2. feladat

10 pont

A gyakorlaton levezettük az alábbi struktogramot, ami tetszőleges n természetes számról (az 1 kivételével) megállapította, hogy prím-e:



Írjuk fel az állapotteret és paraméterteret, a Q', R' feltételeket, majd specifikáljuk azt a feladatot, ami már az 1-re is helyesen működik és adjuk is meg a megoldóprogramot hozzá a meglévő struktogram felhasználásával! Az új program azon részének helyességét nem kell bizonyítani, amely a Q' feltételt köti össze az R' feltétellel.

Megoldás:

$$A = \mathbb{N} \times \mathbb{L} \times \mathbb{N}$$

$$B = \mathbb{N}$$

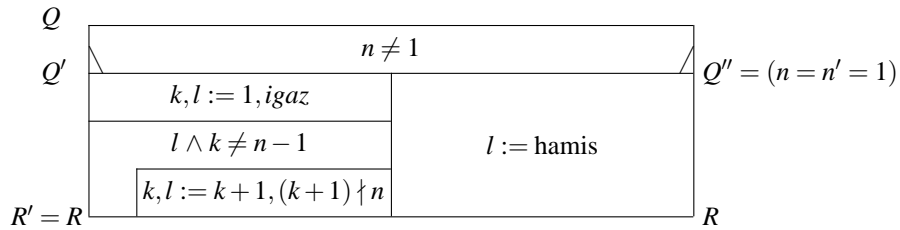
$$Q' = (n = n' \wedge n \neq 1)$$

$$R' = (Q \wedge l = \text{prím}(n))$$

$$Q = (n = n')$$

$$R = (Q \wedge l = \text{prím}(n))$$

3 pont



2 pont

Ezt a programot az elágazás levezetési szabályával kell vizsgálni:

$$1. \quad Q \Rightarrow \left(\bigvee_{i=1}^n \pi_i \right)$$

1 pont

Ez nyilván teljesül, hiszen a következés jobb oldala a konstans igaz.

$$2. \quad \forall i \in [1..n] : Q \wedge \pi_i \Rightarrow \text{If}(S_i, R)$$

1. $Q \wedge n \neq 1 \stackrel{?}{\Rightarrow} \text{If}(S_1, R)$, ahol S_1 a Q' -t R -rel összekötő program. A feladat szerint ezt nem kell bizonyítanunk, igaz.

2 pont

2. $Q'' = (Q \wedge n = 1) \stackrel{?}{\Rightarrow} \text{If}(l := \text{hamis}, R) = (Q \wedge \text{hamis} = \text{prím}(n))$. Igaz, mivel $n = 1$ és az 1 nem prím.

2 pont