

Feladat: Adott az $[m, n]$ intervallumon értelmezett β logikai értékű és f egész értékű függvény.

$$g : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{L} \times \mathbb{Z}, \quad \forall i \in [m, n] : g(i) := (\beta(i), f(i))$$

A $\mathbb{L} \times \mathbb{Z}$ halmaz elemei összehasonlíthatóak: akkor és csak akkor legyen egy $a = (a_1, a_2)$ elem nagyobb vagy egyenlő egy $b = (b_1, b_2)$ elemnél, ha a_1 igaz és b_1 hamis vagy a_1 és b_1 is igaz, de $a_2 \geq b_2$.

Keressük meg a g legnagyobb értékét és a hozzá tartozó argumentumot az $[m, n]$ intervallumon!

Specifikáció:

$\mathbb{D} = (\mathbb{L} : l, \mathbb{Z} : z)$ rekord, így g felfogható, mint $g : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{D}$ függvény.

$$A = \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \times \mathbb{D} \times \mathbb{Z}$$

$$B = \begin{matrix} m & n & \max & i \\ \mathbb{Z} & \times & \mathbb{Z} & \\ m' & n' & & \end{matrix}$$

$$Q = (m = m' \wedge n = n' \wedge m \leq n)$$

$$R = (Q \wedge i \in [m, n] \wedge \max = g(i) \wedge \forall j \in [m, n] : g(j) \leq \max)$$

feladat	max. ker.
$g(i)$	$f(i)$

A visszavezetés természetes.

$k, i, \max := m, m, (\beta(m), f(m))$	
$k \neq n$	
$\beta(k+1) \wedge \neg \max.l \vee \beta(k+1) \wedge \max.l \wedge f(k+1) \geq \max.z$	
$i, \max := k+1, (\beta(k+1), f(k+1))$	SKIP
$j := j+1$	

Helyettesítsük a max rekordkomponenst két változóval l -lel és \max -szal, valamint vegyük észre, hogy az elágazás igaz ágában $\beta(k+1)$ szükségszerűen igaz! Alakítsunk egy kicsit a feltételen is, emeljünk ki $\beta(k+1)$ -et!

$k, i, l, \max := m, m, \beta(m), f(m)$	
$k \neq n$	
$\beta(k+1) \wedge (\neg l \vee l \wedge f(k+1) \geq \max)$	
$i, l, \max := k+1, \text{igaz}, f(k+1)$	SKIP
$k := k+1$	

Vigyázat, a $\neg l \vee l$ nem hagyható el a precedencia sorrend miatt, az „és” erősebben köt!

A kitűzött feladat lényegében a feltételes maximumkeresés és a kapott program is nagyon hasonlít hozzá. Különbség, hogy mivel maximumkeresésre vezettünk vissza, a program üres intervallumon nem működik, az előfeltétel meg is követeli, hogy legalább egy eleme legyen az intervallumnak. Ez persze nem lényeges megszorítás, így érdekes eredmény, hogy a maximumkeresés tekinthető olyan általánosnak, mint a feltételes változata. Trivalitás, hogy a másik irány is teljesül (konstans igaz β függvénnyel), így a két feladat ekvivalens, ami az egyikre visszavezethető, biztos, hogy a másikra is (esetleg kevésbé praktikus).