

Feladat: Adottak az x és y vektorok ($x.dom=y.dom$). Képezzük az $x+y$ és $x-y$ vektorok skaláris szorzatát!

Specifikáció:

$$\mathbb{V} = \text{vect}(\mathcal{H}, \mathbb{Z})$$

$$A = \mathbb{V} \times \mathbb{V} \times \mathbb{Z} \times \mathbb{N}_0$$

$$B = \mathbb{V} \times \mathbb{V}$$

$$Q = (x = x' \wedge y = y' \wedge x.dom = y.dom)$$

$$R = (Q \wedge r = \sum_{i=0}^{x.dom-1} (x_{succ^i(x.lob)} + y_{succ^i(y.lob)}) * (x_{succ^i(x.lob)} - y_{succ^i(y.lob)}))$$

Megoldás:

A megoldó ciklus invariánsa:

$$P = (Q \wedge k \in [0..x.dom] \wedge r = \sum_{i=0}^{k-1} (x_{succ^i(x.lob)} + y_{succ^i(y.lob)}) * (x_{succ^i(x.lob)} - y_{succ^i(y.lob)}))$$

Ellenőrizzük le a ciklus feltételeit:

1. $Q \Rightarrow P$

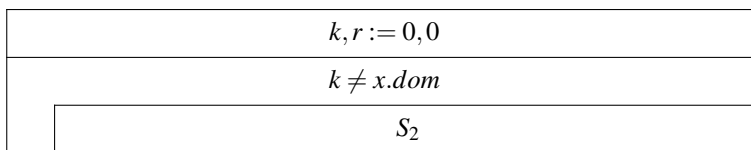
$$Q' = (Q \wedge k = 0 \wedge r = 0)$$

Látható, hogy $Q' \Rightarrow P$ és $Q \Rightarrow \text{If}(k, r := 0, 0, Q') = Q$.

2. $P \wedge \neg \pi \Rightarrow R$

$$\pi = (k \neq x.dom).$$

A program eddig így néz ki:



3. $P \wedge \pi \Rightarrow t > 0$

Jelen esetben ez: $(Q \wedge k \in [0..x.dom - 1] \wedge r = \dots) \Rightarrow t > 0$, tehát a $t = x.dom - k$ függvény egy megfelelő terminálófüggvény.

4./5. $P \wedge \pi \wedge t = t_0 \Rightarrow \text{If}(S_0, P \wedge t < t_0)$

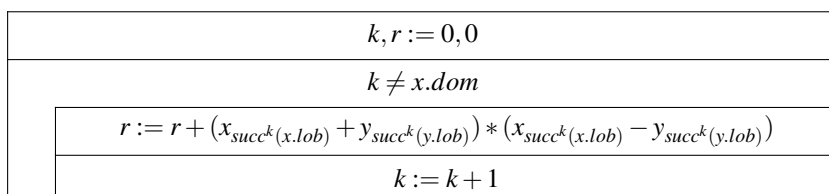
Szekvencia legyen az S_2 , közbülső állapot:

$$Q'' = (\text{If}(k := k + 1, P) \wedge t = t_0) = (Q \wedge k + 1 \in [0..x.dom]) \wedge$$

$$\wedge r = \sum_{i=0}^k (x_{succ^i(x.lob)} + y_{succ^i(y.lob)}) * (x_{succ^i(x.lob)} - y_{succ^i(y.lob)}) \wedge t = t_0$$

$$P \wedge \pi \wedge t = t_0 \stackrel{?}{\Rightarrow} \text{If}(r := r + (x_{succ^k(x.lob)} + y_{succ^k(y.lob)}) * (x_{succ^k(x.lob)} - y_{succ^k(y.lob)}), Q'') \checkmark$$

$$Q'' = (\text{If}(k := k + 1, P) \wedge t = t_0 \stackrel{?}{\Rightarrow} \text{If}(k := k + 1, P \wedge t < t_0) = \text{If}(k := k + 1, P) \wedge \underbrace{\text{If}(k := k + 1, t < t_0)}_{x.dom - k - 1 < t_0}) \checkmark$$



Megjegyzés: ha nem tekintjük megengedett műveletnek a programban a succ valamelyik hatványára való hivatkozást, akkor a kérdéses függvényeket helyettesíthetjük változóval, ekkor az alábbi programot kapjuk:

$xi, yi, r, k := x.lob, y.lob, 0, 0$
$k \neq x.dom$
$r := r + (x_{xi} + y_{yi}) * (x_{xi} - y_{yi})$
$k, xi, yi := k + 1, succ(xi), succ(yi)$

Továbbá, ha a vektort (kevésbé általános módon) $\text{vect}(\mathbb{Z}, \mathbb{Z})$ alakúnak képzeljük, akkor a $\text{succ}^i(x.lob)$ kifejezéshez hasonló formulák összeadásra, azaz $x.lob + i$ alakúra egyszerűsödnek:

$k, r := 0, 0$
$k \neq x.dom$
$r := r + (x_{x.lob+k} + y_{y.lob+k}) * (x_{x.lob+k} - y_{y.lob+k})$
$k := k + 1$