

Feladat: Az x egész számokból álló vektor egy decimális szám számjegyeit tartalmazza helyiérték szerint csökkenő sorrendben. Számítsuk ki az ábrázolt szám értékét!

$$\mathbb{V} = \text{vect}(\mathbb{Z}, \{0, 1, \dots, 9\})$$

A feladat megoldása során használni fogjuk a következő két függvényt:

$$f(x) ::= \sum_{i=0}^{x.\text{dom}-1} x_{x.\text{hib}-i} * 10^i \quad (\forall x \in \mathbb{V})$$

$$g(x, l) ::= \sum_{i=0}^{l-1} x_{x.\text{lob}+l-i-1} * 10^i \quad (\forall x \in \mathbb{V} : \forall l \in [0, x.\text{dom}])$$

Az f függvény egy vektorban ábrázolt szám értékét számítja ki, míg g ugyanezt teszi, de csak az első l számjegyet veszi figyelembe. Vegyük észre, hogy $g(x, x.\text{dom}) = f(x)$.

Specifikáció:

$$A = \mathbb{V} \times \mathbb{N}_0$$

$$B = \mathbb{V}$$

$$Q = (x = x')$$

$$R = (Q \wedge d = f(x))$$

Megoldás:

$$P = (Q \wedge k \in [0, x.\text{dom}] \wedge d = g(x, k))$$

$$Q' = (Q \wedge k = 0 \wedge d = 0)$$

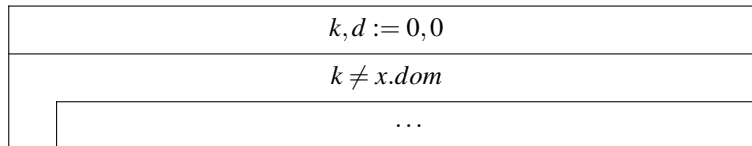
Ellenőrizzük le a ciklus feltételeit:

1. $Q \Rightarrow P$

$$Q \Rightarrow \text{If}(k, d := 0, 0, Q') = Q.$$

2. $P \wedge \neg \pi \Rightarrow R$

P és R összehasonlításából $\neg \pi$ -re $k = x.\text{dom}$ adódik. Tehát $\pi = (k \neq x.\text{dom})$.



3. $P \wedge \pi \Rightarrow t > 0$

$t := x.\text{dom} - k$ választással ez az állítás triviálisan teljesül.

4./5. $P \wedge \pi \wedge t = t_0 \Rightarrow \text{If}(S_0, P \wedge t < t_0)$

Egy szekvenciával, aminek közbülső feltétele:

$$Q'' = (\text{If}(k := k + 1, P) \wedge t = t_0) = (Q \wedge k + 1 \in [0, x.\text{dom}] \wedge d = g(x, k + 1) \wedge t = t_0)$$

Ez azért jó választás, mert ebből az állapotból a $k := k + 1$ utasítással eljuthatunk $P \wedge t < t_0$ -ba.

A szekvencia levezetési szabálya szerint szükséges $P \wedge \pi \wedge t = t_0 \Rightarrow \text{If}(S_1, Q'')$ állítást pedig az $S_1 = (d := d * 10 + x_{x.\text{lob}+k})$ programmal teljesíthetjük, hiszen:

$$(P \wedge \pi \wedge t = t_0) = (Q \wedge k \in [0, x.\text{dom} - 1] \wedge d = g(x, k) \wedge t = t_0)$$

$$\stackrel{?}{\Rightarrow} \text{If}(S_1, Q'') = (Q \wedge k + 1 \in [0, x.\text{dom}] \wedge d * 10 + x_{x.\text{lob}+k} = g(x, k + 1) \wedge t = t_0) \checkmark.$$

$$\begin{aligned} \text{Ugyanis, } g(x, k) * 10 + x_{x.\text{lob}+k} &= \left(\sum_{i=0}^{k-1} x_{x.\text{lob}+k-i-1} * 10^i \right) * 10 + x_{x.\text{lob}+k} = \left(\sum_{i=1}^k x_{x.\text{lob}+k-i} * 10^{i-1} \right) * 10 + x_{x.\text{lob}+k} * 10^0 = \\ &= \left(\sum_{i=0}^k x_{x.\text{lob}+k-i} * 10^i \right) = g(x, k + 1). \end{aligned}$$

$k, d := 0, 0$
$k \neq x.dom$
$d := d * 10 + x_{x.lsb+k}$
$k := k + 1$