

Feladat: Adott a t négyzetes mátrix. Határozzuk meg az alsó háromszög elemeinek összegét!

Specifikáció:

$\mathbb{M} = \text{vect}(\mathbb{Z}, \text{vect}(\mathbb{Z}, \mathbb{Z}))$, invariánsa: $I(x) = (\forall i \in [x.lob, x.hib] : x_i.lob = x.lob \wedge x_i.hib = x.hib)$

$A = \underset{t}{\mathbb{M}} \times \underset{r}{\mathbb{Z}} \times \underset{k}{\mathbb{Z}} \times \underset{g}{\mathbb{Z}}$

$B = \underset{t'}{\mathbb{M}}$

$Q = (t = t')$

$R = \left(Q \wedge r = \sum_{i=t.lob}^{t.hib} \sum_{j=t.lob}^i t_{ij} \right)$

Megoldás:

A megoldó ciklus invariánsa:

$P = \left(Q \wedge k \in [t.lob - 1..t.hib] \wedge r = \sum_{i=t.lob}^k \sum_{j=t.lob}^i t_{ij} \right)$

Ellenőrizzük le a ciklus feltételeit:

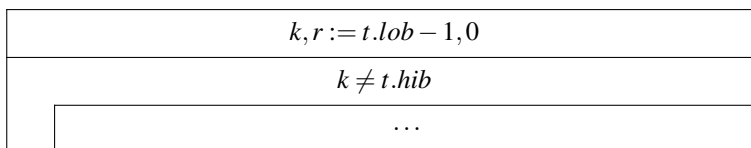
1. $\boxed{Q \Rightarrow P}$

$Q' = (Q \wedge k = t.lob - 1 \wedge r = 0)$

Látható, hogy $Q' \Rightarrow P$ és $Q \Rightarrow \text{If}(k, r := t.lob - 1, 0, Q') = Q$.

2. $\boxed{P \wedge \neg \pi \Rightarrow R}$

P és R összehasonlításából $\neg \pi$ -re $k = t.hib$ adódik. Tehát $\pi = (k \neq t.hib)$.



3. $\boxed{P \wedge \pi \Rightarrow t > 0}$

Jelen esetben ez: $(Q \wedge k \in [t.lob - 1..t.hib - 1] \wedge r = \dots) \stackrel{?}{\Rightarrow} t > 0$, tehát a termináló függvény: $t := t.hib - k$. Ez a függvény $P \wedge \pi$ esetén nyilván pozitív.

4./5. $\boxed{P \wedge \pi \wedge t = t_0 \Rightarrow \text{If}(S_0, P \wedge t < t_0)}$

Ezt a pontot a szokásos alakú ciklusmaggal biztosítjuk, ami egy szekvencia. A szekvencia második utasítása a ciklusváltozót növeli.

$Q'' = (\text{If}(k := k + 1, P) \wedge t = t_0) = \left(Q \wedge k + 1 \in [t.lob - 1..t.hib] \wedge r = \sum_{i=t.lob}^{k+1} \sum_{j=t.lob}^i t_{ij} \right) \wedge t = t_0$

A szekvencia első része a $P \wedge \pi \wedge t = t_0 \Rightarrow \text{If}(S_{01}, Q'')$ feltételt kell teljesítenie! Nézzük közelebbről ezt a feltételt (S_{01} -et egyelőre SKIP-nek tekintve):

$$\begin{aligned} & \left(Q \wedge k \in [t.lob - 1..t.hib - 1] \wedge r = \sum_{i=t.lob}^k \sum_{j=t.lob}^i t_{ij} \right) \wedge t = t_0 \stackrel{?}{\Rightarrow} \\ \text{xo} & \left(Q \wedge k + 1 \in [t.lob - 1..t.hib] \wedge r = \sum_{i=t.lob}^{k+1} \sum_{j=t.lob}^i t_{ij} \right) \wedge t = t_0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow & \left(Q \wedge k + 1 \in [t.lob - 1..t.hib] \wedge r = \left(\sum_{i=t.lob}^k \sum_{j=t.lob}^i t_{ij} \right) + \sum_{j=t.lob}^{k+1} t_{k+1j} \right) \wedge t = t_0 \end{aligned}$$

S_{01} nem lehet egyetlen értékadás, mert akkor a nem megengedett szummát kellene használni a jobb oldalán. A $P \wedge \pi \wedge t = t_0$ és a Q'' állapot összekötésére egy ciklus alkalmas. Az invariánsát úgy kapjuk, hogy a Q'' -ben a második szumma

hatáskörét csökkentjük:

$$P' = (Q \wedge k+1 \in [t.lob-1..t.hib] \wedge g \in [t.lob-1..k+1] \wedge r = (\sum_{i=t.lob}^k \sum_{j=t.lob}^i t_{ij}) + \sum_{j=t.lob}^g t_{k+1j} \wedge t = t_0)$$

A belső ciklus levezetéséhez szükséges további állapotok:

$$Q''' = (Q \wedge k+1 \in [t.lob-1..t.hib] \wedge g = t.lob-1 \wedge r = (\sum_{i=t.lob}^k \sum_{j=t.lob}^i t_{ij}) \wedge t = t_0),$$

$$Q^* = (Q \wedge k+1 \in [t.lob-1..t.hib] \wedge g+1 \in [t.lob-1, k+1] \wedge r = (\sum_{t.lob=1}^k \sum_{j=t.lob}^i t_{ij}) + \sum_{j=t.lob}^{g+1} t_{k+1j}).$$

