14.

Programinverzió

14.1. Egyváltozós eset

Legyenek A, B, C és D tetszőleges típusok. Legyen továbbá $X = seq(B)$ és $Y = seq(C)$, valamint $f_1 : A \to X$, $f_2 : X \to Y$ és $f_3 : Y \to D$ függvények.

Tekintsük az alábbi specifikációval adott feladatot:

$$\begin{array}{lcl} A & = & \underset{a}{A} \times \underset{d}{D} \\ B & = & \underset{a'}{A} \end{array}$$

$$Q : (a = a')$$

$$R : (d = f_3 \circ f_2 \circ f_1(a'))$$

Tegyük fel, hogy az f_1 függvény értékét kiszámító program az alábbi alakban írható fel:

$$\begin{array}{lcl} A & = & \underset{a}{A} \times \underset{x}{X} \\ B & = & \underset{a'}{A} \end{array}$$

$$Q : (a = a')$$

$$R : (x = f_1(a'))$$

$S_{11}(a)$	
$x :=<>$	
π	
	$S_{12}(a, e)$
	$x : hiext(e)$
$S_{13}(a)$	

Ha az S_{11}, S_{12} és S_{13} programok végrehajtása nem változtatja meg az x változó értékét, akkor a fenti programot *elemenként előállító* programnak nevezzük,

Hasonlóan, tegyük fel, hogy az f_3 függvény értékét kiszámító program pedig az alábbi formában írható fel:

$$A = \underset{y}{Y} \times \underset{d}{D}$$

$$B = \underset{y'}{Y}$$

$$Q : (y = y')$$
$$R : (d = f_3(y'))$$

$S_{31}(d)$	
$y.dom \neq 0$	
	$S_{32}(d, y.lov)$
	$y : lorem$
$S_{33}(d)$	

Ha az S_{31}, S_{32} és S_{33} programok végrehajtása nem változtatja meg az y változó értékét, akkor a fenti programot *elemenként felhasználó* programnak nevezzük,

Tegyük fel továbbá, hogy az f_2 függvény elemenként feldolgozható, és minden egyelemű halmazra a függvényérték egyelemű. Ekkor a függvénykompozíció helyettesítési értékének kiszámítására vonatkozó programozási tétel alapján a feladat megoldható a fenti elemenként előállító, egy elemenként feldolgozó és az imént bemutatott elemenként felhasználó program szekvenciájaként.

A feladatra azonban egy hatékonyabb megoldást is adhatunk a *programinverzió* segítségével: ekkor a közbülső két sorozat típust kihagyhatjuk és a három ciklust egybeírhatjuk az alábbi módon:

$S_{11}(a)$
$S_{31}(d)$
π
$S_{12}(a, e)$
$\varepsilon := f_2(\{e\})$
$S_{32}(d, \varepsilon)$
$S_{13}(a)$
$S_{33}(d)$

14.2. Kétváltozós eset

Legyenek A^1, A^2, B, C és D tetszőleges típusok. Legyen továbbá $X = seq(B)$ és $Y = seq(C)$, valamint $f_1^1 : A^1 \to X$, $f_1^2 : A^2 \to X$, $f_2 : X \times X \to Y$ és $f_3 : Y \to D$ függvények.

Tekintsük az alábbi specifikációval adott feladatot:

$$\begin{array}{lllllll} A & = & A^1 & \times & A^2 & \times & D \\ & & a^1 & & a^2 & & d \\ B & = & A^1 & \times & A^2 & & \\ & & a^{1'} & & a^{2'} & & \end{array}$$

$Q : (a^1 = a^{1'} \wedge a^2 = a^{2'})$

$R : (d = f_3 \circ f_2(f_1^1(a^{1'}), f_1^2(a^{2'}))$

Legyenek az f_1^1 és f_1^2 függvényeket kiszámító elemenként előállító programok az alábbiak:

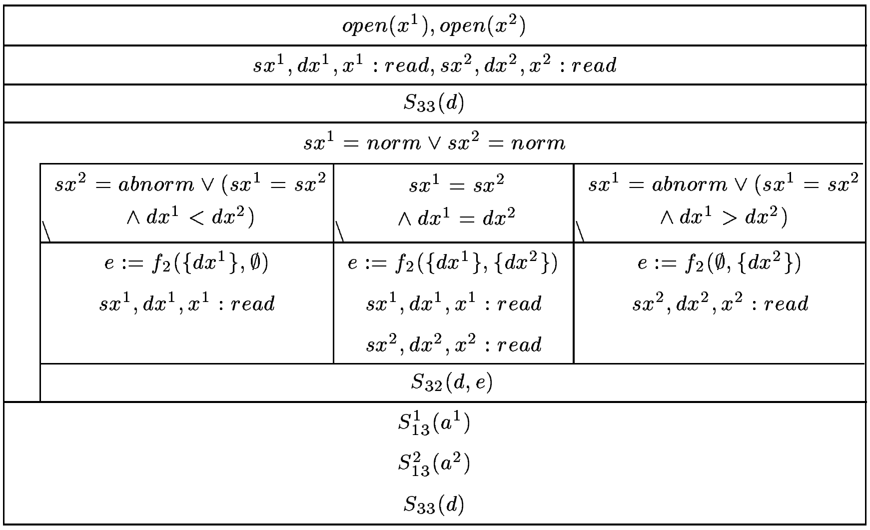
$S_{11}^1(a^1)$	$S_{11}^2(a^2)$
$x^1 :=<>$	$x^2 :=<>$
π^1	π^2
$S_{12}^1(a^1, e^1)$	$S_{12}^2(a^2, e^2)$
$x^1 : hiext(e^1)$	$x^2 : hiext(e^2)$
$S_{13}^1(a^1)$	$S_{13}^2(a^2)$

és tegyük fel, hogy az előállított x^1 és x^2 sorozatok rendezettek.

Legyen f_3 mint korábban, továbbá tegyük fel, hogy f_2 egy olyan kétváltozós egyértékű elemenként feldolgozható függvény, amely minden olyan halmazpárhoz, amelynek tagjai legfeljebb egy elemet tartalmaznak, pontosan egy elemű halmazt rendel hozzá.

Ekkor a függvénykompozíció helyettesítési értékének kiszámítására vonatkozó programozási tétel alapján a feladat megoldható a fenti két elemenként előállító, a kétváltozós egyértékű elemenként feldolgozó és az f_3-at kiszámító elemenként felhasználó program szekvenciájaként. Vajon ebben az esetben is összeinvertálhatóak a fenti programok?

A válasz természetesen: igen, de a megoldás itt nem olyan egyszerű, mint az egyváltozós esetben volt. A probléma a szekvenciális file-oknál felmerülttel analóg: az elemet előállító program (S^1_{12} ill. S^1_{12}) az egyes elemeket ugyanúgy szolgáltatja mintha file-ból olvasnánk őket: csak akkor nézhetjük meg a következő elemet ha legeneráltatjuk. Ez sugallja azt a megoldást, hogy az x^1 és x^2 sorozatokat tekintsük az elemenként feldolgozásban absztrakt file-oknak. Az elemenként felhasználó program beinvertálása nem okoz gondot, ugyanúgy történik mint az egyváltozós esetben.



ahol az absztrakt műveletek megvalósításai: